

PHẦN ĐẠI SỐ

CHUYÊN ĐỀ 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN

PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN DƯỚI DẤU CĂN

Thực hiện từ 14/9/2020 – 24/10/2020

A. TỔNG HỢP KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. CĂN BẬC HAI. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$ 1. Căn bậc hai: Căn bậc hai của số không âm a là số x sao cho $x^2 = a$

2. Căn bậc hai số học:

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = a \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ (với } a \geq 0 \text{)}$$

3. So sánh hai căn bậc hai số học:

$$\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b \text{ (với } a \geq 0, b \geq 0 \text{)}$$

4. Căn thức bậc hai

Điều kiện để một căn thức bậc hai xác định: \sqrt{A} xác định $\Leftrightarrow A \geq 0$ 5. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$ - Định lý: Với mọi số thực a , ta có $\sqrt{a^2} = |a|$ - Tổng quát: Với A là biểu thức, ta có: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A, A \geq 0 \\ -A, A < 0 \end{cases}$

II. LIÊN HỆ PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. Khai phương một tích: $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$ ($A \geq 0, B \geq 0$)Nhân các căn bậc hai: $\sqrt{\quad} \sqrt{\quad} = \sqrt{A.B} \quad \geq \quad \geq$

2. Khai phương một thương: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ($A \geq 0, B > 0$)

Chia hai căn bậc hai: $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ ($A \geq 0, B > 0$)

3. Lũy thừa của một căn bậc hai: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2}; (\sqrt{A})^3 = \sqrt{A^3}$ ($A \geq 0$)

III. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} (A \geq 0; B \geq 0) \\ -A\sqrt{B} (A < 0; B \geq 0) \end{cases}$$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} (A \geq 0; B \geq 0) \\ -\sqrt{A^2B} (A < 0; B \geq 0) \end{cases}$$

3. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}; (AB \geq 0, B \neq 0)$$

4. Trục căn thức ở mẫu

$$(1) \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} (B > 0)$$

$$(2) \frac{C}{A \pm \sqrt{B}} = \frac{C(A \mp \sqrt{B})}{A^2 - B} (B \geq 0, A^2 \neq B)$$

$$(3) \frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \geq 0, B \geq 0, A \neq B)$$



IV. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần vận dụng thích hợp các phép biến đổi căn bậc hai đơn giản như: đưa thừa số ra ngoài dấu căn, đưa thừa số vào trong dấu căn, khử căn ở mẫu và trục căn thức ở mẫu để làm xuất hiện các căn có cùng một biểu thức dưới dấu căn.

Lưu ý: Đối với câu rút gọn biểu thức chứa biến chưa cần tìm ĐKXD của biểu thức. Bắt đầu giải các bài tập liên quan đến giá trị của biểu thức thì yêu cầu HS phải tìm ĐKXD.

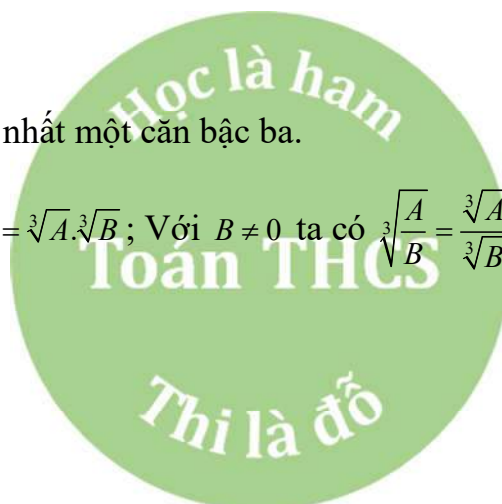
V. CĂN BẬC BA

1. Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$

Viết: $x = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow x^3 = a$

2. Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.

$$A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}; \sqrt[3]{A \cdot B} = \sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B}; \text{ Với } B \neq 0 \text{ ta có } \sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}}$$



c, $B = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$

h, $\sqrt{33-12\sqrt{6}}$

d, $\sqrt{2-\sqrt{3}}(\sqrt{8}+\sqrt{2})$
 $(2\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

k, $\sqrt{12-3\sqrt{7}} - \sqrt{12+3\sqrt{7}}$ e,

Bài 3: Rút gọn các biểu thức:

a, $\sqrt{9(x-5)^2} (x \geq 5)$

b, $\sqrt{x^2 \cdot (x-2)^2} (x < 0)$

c, $\frac{\sqrt{108x^3}}{\sqrt{12x}} (x > 0)$

d, $\frac{\sqrt{13x^4y^6}}{\sqrt{208x^6y^6}} (x < 0; y \neq 0)$

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a, $2\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 28(1)$ đk: $x \geq 0$ c, $\sqrt{\frac{3x-2}{x+1}} = 3$

b, $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ d, $\frac{\sqrt{5x-4}}{\sqrt{x+2}} = 2$

Bài 5: Chứng minh các biểu thức sau:

a, $\sqrt{6+\sqrt{35}} \cdot \sqrt{6-\sqrt{35}} = 1$

b, $\sqrt{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9+\sqrt{17}} = 8$

c, $(\sqrt{2}-1)^2 = \sqrt{9}-\sqrt{8}$

d, $(\sqrt{4}-\sqrt{3})^2 = \sqrt{49}-\sqrt{48}$

e, $2\sqrt{2}(2-3\sqrt{3}) + (1-2\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{6} = 9$

g, $\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}} = -2\sqrt{3}$

III. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI**Bài 1:** Đưa nhân tử ra ngoài dấu căn:

a, $\sqrt{125x} (x > 0)$

b, $\sqrt{80y^4}$

c, $\sqrt{5(1-\sqrt{2})^2}$

d, $\sqrt{\frac{2}{(3-\sqrt{10})^2}}$

Bài 2: Đưa nhân tử vào trong dấu căn và rút gọn:

a, $3\sqrt{2}$

b, $-5\sqrt{3}$

c, $(2-a)\sqrt{\frac{2a}{a-2}}$ ($a > 2$)

d, $(x-5)\sqrt{\frac{x}{25-x^2}}$ ($0 < x < 5$)

e, $(a-b)\sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}}$ ($0 < a < b$)

Bài 3: Thực hiện phép tính:

a, $\sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$

b, $2\sqrt{\frac{27}{4}} - \sqrt{\frac{48}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{75}{16}}$

c, $2\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{49}{2}} + \sqrt{\frac{25}{18}}$

d, $5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 15\sqrt{\frac{1}{5}} - 4\sqrt{27} + \sqrt{\sqrt{5^2-4^2}}$

e, $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{28-10\sqrt{3}}$

f, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}}$

g) $\frac{10+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}}$

h) $\frac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}$

Bài 4: Rút gọn biểu thức

a) $\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \sqrt{xy}$ ($x > 0, y > 0$)

b) $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$ ($a; b \geq 0$)

c) $\frac{(x\sqrt{y}+y\sqrt{x})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{xy}}$ ($x > 0, y > 0$)

d) $A = \sqrt{x+2\sqrt{2(x-2)}} + \sqrt{x-2\sqrt{2(x-2)}}$

Bài 5: Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{3+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$

c) $\frac{8}{\sqrt{5}+2}$

d) $\frac{14}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}$

e) $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}}$

IV. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

Bài 1: Tính

$$a) \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}}$$

$$b) \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}$$

$$c) \sqrt{6+2\sqrt{5}-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}$$

$$d) \sqrt{2+\sqrt{5}-\sqrt{13+\sqrt{48}}}$$

Bài 2: Chứng minh đẳng thức

$$a) \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b-a} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$b) \left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{-3}{2}$$

Bài 3: Cho biểu thức $B = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1}$

a) Tìm ĐKXD.

b) Rút gọn biểu thức B.

V. BIỂU THỨC VÀ GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$

a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa. b) Rút gọn biểu thức A. c) Tìm x để A = 2.

Bài 2: Cho biểu thức: $B = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$

a) Rút gọn B nếu $x \geq 0, x \neq 1$.

b) Tìm x để A nhận giá trị dương.

c) Tìm GTLN của B.

Bài 3: Cho biểu thức: $C = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn C.

b) Tính giá trị của C khi biết $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 4: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{x}}$

- Tính giá trị của A khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$.
- Tìm x để $A > 0$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $A : B$ nguyên.



ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ

Bài 1: Tính giá trị biểu thức:

a) $2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + 3\sqrt{32} - \sqrt{50}$

b) $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{125}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} - \sqrt{12,5} - 0,5\sqrt{200} + \sqrt{242} + 6\sqrt{1\frac{1}{8}} - \sqrt{24,5}$

d) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot \left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

c) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{2}{3+\sqrt{3}}$

d) $\frac{5}{4-\sqrt{11}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} - \frac{6}{\sqrt{7}-2} - \frac{\sqrt{7}-5}{2}$

Bài 3: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

b) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = 6$

c) $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$

Bài 4: Cho biểu thức $P = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào a.

Bài 5: Giải phương trình:

a) $5\sqrt{12x} - 4\sqrt{3x} + 2\sqrt{48x} = 14$

e) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

f) $\sqrt{3x^2 - 4x} = 2x - 3$

c) $\sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5+\sqrt{x-2})$

g) $\sqrt{\frac{5x+7}{x+3}} = 4$

d) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{2} - 1$

h) $3\sqrt[3]{x+2} - 2\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{8x+16} = 3$

Bài 6: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị của x để $P > 0$.

c) Tìm giá trị của x để P có giá trị nguyên.

Bài 7: Giải các bất phương trình:

a) $5\sqrt{12x} - 4\sqrt{3x} + 2\sqrt{48x} < 14$

d) $\frac{3\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} < 0$

f) $\frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1} \geq 0$

b) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} > 4$

e) $\frac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} < 0$

g) $\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-1} < \frac{1}{2}$

c) $\frac{3\sqrt{x}-5}{2} - \frac{2\sqrt{x}-7}{3} > \sqrt{x}-1$

Bài 8: (Bất đẳng thức Cosi) Cho 2 số a và b không âm. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

TRƯỜNG THCS CHU VĂN AN
NHÓM TOÁN 9

PHẦN HÌNH HỌC

CHUYÊN ĐỀ 1: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. TỔNG HỢP KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hệ thức liên hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH

Ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC \text{ hay } c^2 = c' \cdot a$$

$$AC^2 = CH \cdot BC \text{ hay } b^2 = b' \cdot a$$

$$AH^2 = BH \cdot CH \text{ hay } h^2 = b' \cdot c'$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \text{ hay } b \cdot c = a \cdot h$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \text{ hay } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

2. Tỷ số lượng giác của góc nhọn

Cho góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Dụng $\triangle ABC$ vuông tại A sao

cho $\alpha = \widehat{ABC}$. Ta có:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Cạnh đối}}{\text{Cạnh huyền}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Cạnh kề}}{\text{Cạnh huyền}} = \frac{AB}{BC}$$

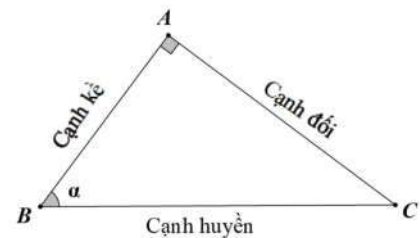
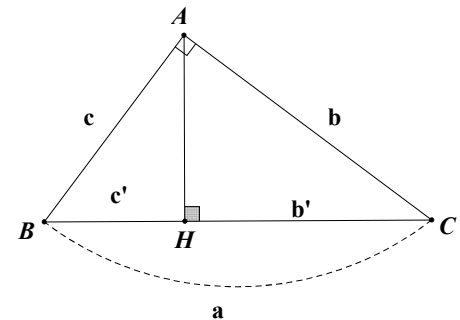
$$\tan \alpha = \frac{\text{Cạnh đối}}{\text{Cạnh kề}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Cạnh kề}}{\text{Cạnh đối}} = \frac{AB}{AC}$$

Với góc nhọn α bất kì ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), luôn có: $0 < \sin \alpha < 1$; $0 < \cos \alpha < 1$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì $\sin \alpha = \cos \beta$; $\tan \alpha = \cot \beta$



Toán THCS

Thi là đỗ

Ví dụ: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$; $\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$)

3. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

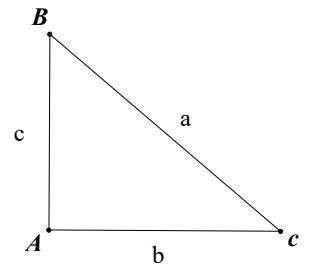
Cho tam giác ABC vuông tại A. Có $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$. Ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$$

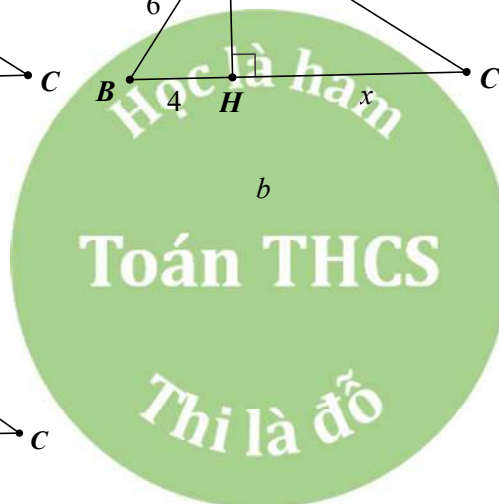
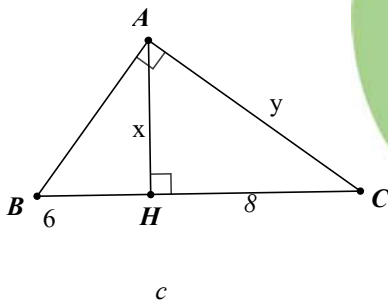
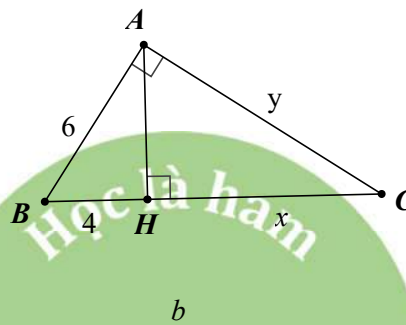
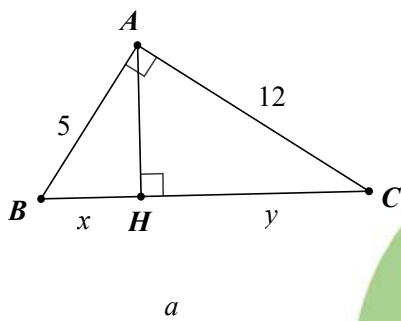
$$c = b \cdot \tan C = c \cdot \cot B$$



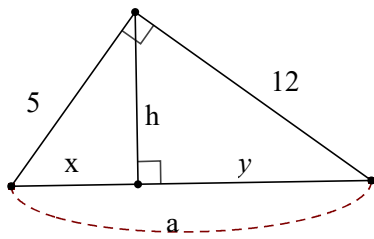
B. CÂU HỎI – BÀI TẬP

Phần 1: Hệ thức lượng trong tam giác vuông

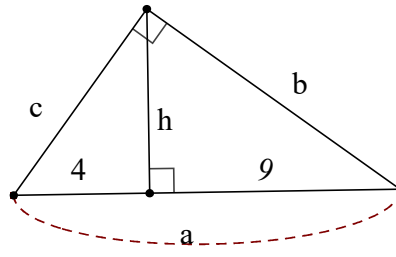
Bài 1: Tính x, y trong các hình dưới đây:



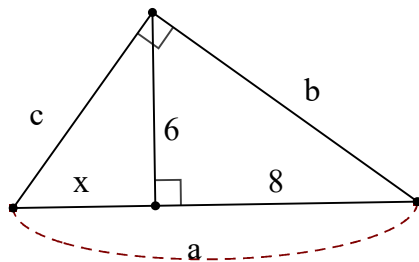
Bài 2. Cho các hình vẽ sau đây, mỗi hình vẽ cho hai cạnh. Tính các cạnh còn lại



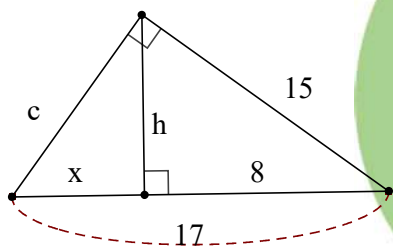
(hình 1)



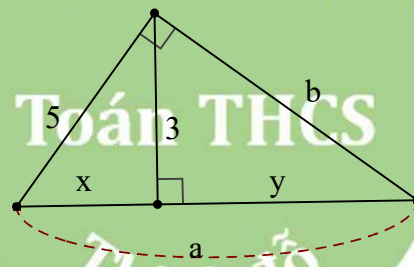
(hình 2)



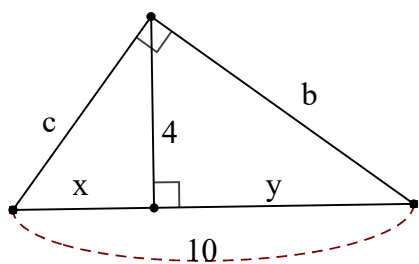
(hình 2)



(hình 4)



(hình 5)



(hình 6)

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AB:AC = 3:4$ và $BC = 25\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn BH, CH .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , Tính diện tích tam giác ABC biết $AH = 12\text{cm}, BH = 9\text{cm}$.

Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Đường chéo $BD \perp BC$. Biết $AD = 4cm$; $DC = 10cm$. Tính AB

Bài 6 Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Đường chéo $BD \perp BC$ tại O . Biết $AB = 15cm$; $AD = 20cm$. Tính

- AB độ dài các đoạn OB, OD .
- Độ dài đoạn AC .
- Diện tích hình thang $ABCD$.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC . Chứng minh

- $AB \cdot AD = AE \cdot AC = HB \cdot HC$.
- $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle AED$.
- $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{HB}{HC}$.
- $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BD}{CE}$

Bài 8. Cho hình vuông $ABCD$. I là điểm nằm giữa A và B . Tia DI và cắt nhau tại K . Kẻ đường thẳng qua D và vuông góc với DI cắt đường thẳng BC tại L . Chứng minh

- $\triangle DIL$ là tam giác cân
- Tổng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I di chuyển trên cạnh AB

Bài 9: Cho hình thoi $ABCD$, đường cao AH . Cho biết $AC = m$; $BD = n$; $AH = h$. Chứng minh: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}$

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại C , đường cao CK .

- Cho biết $AB = 10cm$, $AC = 8cm$. Tính BC, CK, BK, AK .
- Gọi H, I theo thứ tự là hình chiếu của K lên BC và AC . Chứng minh: $CB \cdot CH = CA \cdot CI$.
- Gọi M là chân đường vuông góc kẻ từ K xuống IH . Chứng minh: $\frac{1}{KM^2} = \frac{1}{CH^2} + \frac{1}{CI^2}$.
- Chứng minh: $\frac{AI}{BH} = \frac{AC^3}{BC^3}$.

Phần 2: Tỷ số lượng giác của góc nhọn.

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có $AB = a\sqrt{5}$; $BC = a\sqrt{3}$; $AC = a\sqrt{2}$

- Chứng minh ABC là tam giác vuông.
- Tính các tỷ số lượng giác của góc B .

Bài 2: Cho góc nhọn α bất kì ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tìm $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$ biết: $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Bài 3: Không sử dụng bảng số và máy tính, hãy sắp xếp theo thứ tự tăng dần:

- a) $\cos 18^\circ$; $\sin 65^\circ$; $\cos 75^\circ$; $\sin 70^\circ$; $\cos 79^\circ$
 b) $\sin 24^\circ$; $\cos 34^\circ$; $\sin 54^\circ$; $\cos 70^\circ$; $\sin 78^\circ$; $\cot 10^\circ$

Bài 4:

- a) Dựng góc nhọn α biết $\tan \alpha = \frac{2}{3}$.
 b) Dựng góc nhọn β biết $\sin \beta = \frac{1}{2}$.
 c) Dựng góc nhọn α biết $\cos \alpha = 0,6$.

Bài 5: Chứng minh rằng:

- a) $1 - \sin^2 a = \cos^2 a$ b) $(1 - \cos a)(1 + \cos a) = \sin^2 a$ c) $1 + \sin^2 a + \cos^2 a = 2$
 d) $\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha = \sin^3 \alpha$ e) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$

Bài 6:

- a) Cho $\cos \alpha = 0,6$. Tính $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.
 b) $\tan \alpha = 1,5$. Tính $\cot \alpha$, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$

Bài 7: Hãy tìm $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ nếu biết a) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ b) $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

Bài 8: a) Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $A = 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

b) Biết $\sin \alpha = \frac{8}{17}$. Tính $B = 4 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$.

Bài 9: CMR với góc nhọn α tùy ý, mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào α

$$A = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

$$B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

Bài 10. Không dùng máy tính hoặc bảng số, tính:

$$A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ$$

$$B = \sin^2 5^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 85^\circ$$

Phần 3. Hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông.

Bài 1. Giải tam giác vuông ABC, biết $\hat{A} = 90^\circ$.

- | | |
|---|--|
| a) $a = 72\text{cm}, \hat{B} = 58^\circ;$ | c) $b = 15\text{cm}, \hat{C} = 30^\circ$ |
| b) $b = 20\text{cm}, \hat{B} = 45^\circ;$ | d) $b = 21\text{cm}, c = 18\text{cm}$ |

Bài 2. Cho tam giác ABC, $\hat{B} = 42^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 22\text{cm}$. Tính cạnh và góc của tam giác ABC.

Bài 3. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 50^\circ$, $AC = 35\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH; $HB = 9\text{cm}$; $HC = 16\text{cm}$.

- Tính AB, AC, AH.
- Gọi D và E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC. Tứ giác ADHE là hình gì?
- Tính chu vi và diện tích của tứ giác ADHE.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$.

- Giải tam giác vuông ABC (số đo góc làm tròn đến độ).
- Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt đường thẳng AC tại D. Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BD.
- Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A trên BC và BD. Chứng minh $BF \cdot BD = BE \cdot BC$.
-

Phần 4. Ứng dụng thực tế các tỉ số lượng giác của góc nhọn.

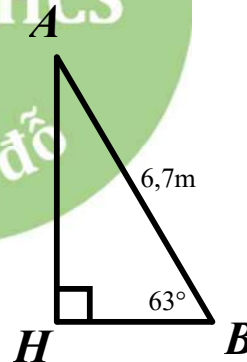
Bài 1. Ở độ cao 920m, từ một máy bay trực thăng người ta nhìn hai điểm A, B của hai đầu cầu những góc so với đường nằm ngang mặt đất các góc lần lượt là $\alpha = 37^\circ, \beta = 31^\circ$. Tính chiều dài AB của cầu.

Bài 2. Một em học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng – ten 150m. Biết rằng em nhìn thấy đỉnh tháp ở góc 20° so với đường nằm ngang, khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1,5m. Hãy tính chiều cao của tháp.

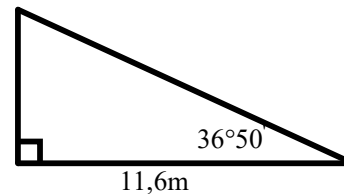
Bài 3. Hai cột thẳng đứng của hai trại A và B của lớp 9A và lớp 9B cách nhau 8m. Từ một cái cọc ở chính giữa hai cột, người ta đo được góc giữa các dây căng từ đỉnh hai cột của hai trại A và B đến cọc tạo với mặt đất lần lượt là 35° và 30° . Hỏi trại nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu mét?



Bài 4: Thang AB dài 6,7m tựa vào tường làm thành góc 63° với mặt đất. Hỏi chiều cao của thang đạt được so với mặt đất?



Bài 5: Tìm chiều dài của dây kéo cò, biết bóng của cột cò (chiều bởi ánh sáng mặt trời) dài $11,6m$ và góc nhìn mặt trời là $36^\circ 50'$.



Phần 5: Bài tập tổng hợp.

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC có đường cao AH . Từ H kẻ HE vuông góc với AB (E thuộc AB) và kẻ HF vuông góc với AC (F thuộc AC).

- Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$
- Cho biết $AB = 4cm$, $AH = 3cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng AE và BE .
- Cho biết $\widehat{HAC} = 30^\circ$. Tính độ dài đoạn thẳng FC .

Bài 2. Cho tam giác DEF biết $DE = 6cm$, $DF = 8cm$, $EF = 10cm$.

- Chứng minh DEF là tam giác vuông.
- Vẽ đường cao DK . Hãy tính DK, FK .
- Giải tam giác vuông EDK .
- Vẽ phân giác trong DM của tam giác DEF . Tính các độ dài các đoạn thẳng ME, MF .
- Tính $\sin F$ trong tam giác vuông DFK và DEF . Từ đó suy ra $ED \cdot DF = DK \cdot EF$

Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$ và điểm E tùy ý trên cạnh BC . Tia Ax vuông góc với AE tại A cắt CD kéo dài tại F . Kẻ trung tuyến AI của tam giác AEF và kéo dài cắt cạnh CD tại K .

- Chứng minh $AE = AF$
- Chứng minh các tam giác AKF, CAF đồng dạng và $AF^2 = KF \cdot CF$
- Cho $AB = 4cm; BE = \frac{3}{4}BC$. Tính diện tích tam giác AEF .
- AE kéo dài cắt CD tại J . Chứng minh $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AJ^2}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm E .

Bài 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC tại H . Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD .

- Chứng minh tứ giác $EFCG$ là hình bình hành.
- Chứng minh $\widehat{BEG} = 90^\circ$.
- Cho biết $BH = h, \widehat{BAC} = \alpha$. Tính S_{ABCD} theo h và α .
- Tính độ dài đường chéo AC theo h và α .



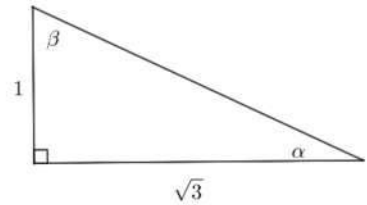
Phần 6: Một số đề tham khảo kiểm tra 45 phút.

ĐỀ 1

I. Trắc nghiệm (1,5đ)

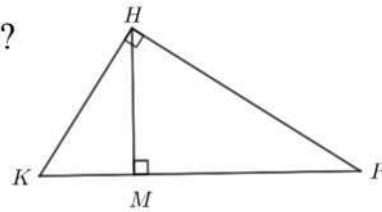
Câu 1: Cho hình vẽ, kết luận nào sau đây là sai?

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$ C. $\tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\alpha = 30^\circ$



Câu 2: Cho hình vẽ, kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $HK^2 = KP \cdot PM$ B. $KM \cdot MP = HK \cdot HP$
C. $HM^2 = MK \cdot MP$ D. $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{MK^2} + \frac{1}{MP^2}$

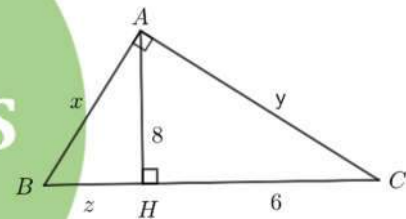


Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ thì $\sin \alpha$ là giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

II. Tự luận (8,5đ)

Bài 1: (3 đ): Tìm x, y, z trong hình vẽ sau:



Bài 2: (4 đ) Cho hình thang vuông $ABCD$

($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$). Đáy nhỏ $AB = 7\text{cm}$; cạnh bên $BC = 10\text{cm}$ và tạo với cạnh đáy CD một góc 30° . BK là đường cao hình thang.

- a) Tính độ dài cạnh bên AD ?
b) Tính độ dài cạnh đáy DC ?
c) Tính \widehat{DBC} ?

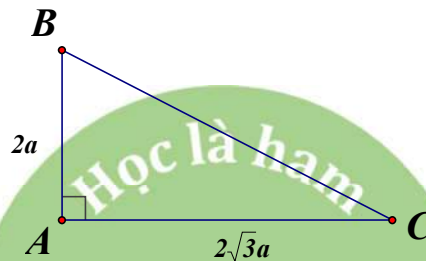
Bài 3: (1,5đ) Chứng minh hệ thức $\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$. Áp dụng cho $\cot \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin \alpha; \cos \alpha; \tan \alpha$?

ĐỀ 2

I. Trắc nghiệm (3đ): Điền giá trị thích hợp và chỗ chấm để được kết quả đúng:

- 1) Tam giác ABC vuông tại A , góc B bằng 60° , $BC = 30$ cm thì độ dài đoạn thẳng $AB = \dots$
- 2) Cho góc nhọn α và $\sin \alpha = 0,6$. Ta có $\cos \alpha = \dots\dots\dots$
- 3) Cho góc nhọn x thỏa mãn $13 \sin x - 11 \cos(90^\circ - x) - \sqrt{3} = 0$. Giá trị của góc x bằng $\dots\dots\dots$
- 4) Cho hình vẽ, điền số thích hợp vào chỗ chấm để được kết quả đúng:

$\tan B = \dots\dots\dots$; $\sin B = \dots\dots\dots$
 $\cot B = \dots\dots\dots$; $\cos B = \dots\dots\dots$



II. Tự luận (7 đ)

Bài 1. (3đ): Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Hai điểm M và N lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC .

- a) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$
- b) Biết $BH = 16$ cm, $CH = 9$ cm. Tính AH , AB , AC , MN ?
- c) Tính diện tích tứ giác $AMHN$.

Bài 2 (3,5 đ): Cho tam giác MNP có $MN = 20$ cm, $NP = 30$ cm, và góc N bằng 60° .

- a) Tính chiều cao MH và diện tích của tam giác MNP .
- b) Tính chu vi của tam giác MNP
- c) Tính các góc M , Q của tam giác MNP (chính xác đến phút)